

Q.1. En los apuntes.

Q.2. Cada relación R_1 no es transitiva ya que, por ejemplo,

$$\begin{array}{l} 1122 R_1 2233 \\ 2233 R_1 3344 \end{array} \quad \text{pero} \quad 1122 \not R_1 3344$$

Por tanto no puede ser de equivalencia ni de orden.

Q.3. R_2 no es simétrica, ya que, por ejemplo,

$$1111 R_2 1122 \quad \text{pero} \quad 1122 \not R_2 1111$$

Por tanto no es de equivalencia.

R_2 no es antisimétrica, ya que, por ejemplo

$$\begin{array}{l} 1122 R_2 2211 \\ 2211 R_2 1122 \end{array} \quad \text{pero} \quad 1122 \neq 2211$$

Por tanto no es de orden.

Q.3. Q.4. Definimos a y b a la vez.

1. Si φ es atómica, $b(\varphi) := 0$

Si p es símbolo de proposición atómica,

$$a(p) := 1$$

$$a(\top) = a(\perp) := 0$$

2. Si φ es fórmula,

$$b(\neg\varphi) := b(\varphi)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

① Para fórmulas atómicas:

$$a(\varphi) = 1 \leq b(\varphi) + 1 = 0 + 1 \quad \text{SE CUMPLE.}$$

② H.I.: φ cumple $a(\varphi) \leq b(\varphi) + 1$.

Veamos que $\neg\varphi$ cumple la desigualdad.

$$a(\neg\varphi) \stackrel{\text{DEF.}}{=} a(\varphi) \stackrel{\text{H.I.}}{\leq} b(\varphi) + 1 \stackrel{\text{DEF.}}{=} b(\neg\varphi) + 1. \quad \text{SE CUMPLE.}$$

③ H.I.: φ, ψ cumplen la desigualdad.

Veamos que $\varphi \circ \psi$ también la cumple.

$$\begin{aligned} a(\varphi \circ \psi) &= a(\varphi) + a(\psi) \stackrel{\text{DEF.}}{\leq} b(\varphi) + 1 + b(\psi) + 1 \stackrel{\text{H.I.}}{=} \\ &= b(\varphi \circ \psi) + 1 \quad \text{SE CUMPLE.} \end{aligned}$$

④ llamemos **I** a la propiedad " φ cumple la igualdad $a(\varphi) = b(\varphi) + 1$ ".

⑤ De las fórmulas atómicas:

se sabe que si $\varphi = p$ proposición atómica,

entonces φ cumple **I**

$$\text{ya que } a(\varphi) = 1 = \underbrace{b(\varphi)}_0 + 1$$

... $\neg\varphi$, $\varphi \circ \psi$, $\varphi \rightarrow \psi$ no cumple **I**.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ESTO es un trabajo de un alumno de la asignatura de Lógica Matemática

las fórmulas atómicas a un b

3° Si φ y ψ cumplen $\mathcal{I} \Rightarrow \varphi \circ \psi$ cumple \mathcal{I}

porque $a(\varphi \circ \psi) = a(\varphi) + a(\psi) = b(\varphi) + 1 + b(\psi) + 1 = b(\varphi \circ \psi)$

Si alguna de φ o ψ no cumple $\mathcal{I} \Rightarrow \varphi \circ \psi$ no cumple \mathcal{I}

porque $a(\varphi \circ \psi) = a(\varphi) + a(\psi) < b(\varphi) + 1 + b(\psi) + 1 = b(\varphi \circ \psi)$

Respuesta: Cumplen \mathcal{I}

$\{\text{proposiciones atómicas}\} \cup \{\neg \varphi / \varphi \text{ cumple } \mathcal{I}\} \cup$

$\cup \{\varphi \circ \psi / \varphi \text{ y } \psi \text{ cumplen } \mathcal{I}\} =$

$= \{\text{fórmulas en las que no aparece } \neg \text{ ni } \perp\}$

4° a) g : la piedra es grande
 a : la piedra es azul
 d : la piedra es dura

Oración 1: $\varphi_1 = g \rightarrow a \vee d$

Oración 2: $\varphi_2 = \neg a \vee \neg d \rightarrow \neg g$

b) $\varphi_2 \equiv g \rightarrow \neg(\neg a \vee \neg d) \equiv g \rightarrow a \wedge d$
 \uparrow Introspección \uparrow De Morgan.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Sin embargo $\mathcal{C}_2 \neq \mathcal{C}_1$.

Veámoslo: si v es contraejemplo de $\mathcal{C}_1 \Rightarrow$

$$v(g) = d$$

$$v(avd) = 0 \Rightarrow v(a) = v(d) = 0$$

Es decir $\begin{matrix} g: 1 \\ a: 0 \\ d: 0 \end{matrix}$ es el único contraejemplo de \mathcal{C}_1 .

Esta valoración también es contraejemplo de \mathcal{C}_2 .

Por tanto todo modelo de \mathcal{C}_2 también lo es de \mathcal{C}_1 .

luego $\mathcal{C}_2 \neq \mathcal{C}_1$

- (E5)
- | | | |
|--------------------------|-----------|----------------------------------|
| 1. $p \wedge (q \vee r)$ | Pr. | Conc: |
| 2. p | $E_{1,1}$ | $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ |
| 3. $q \vee r$ | $E_{1,1}$ | |

- | | |
|-------------------------------------|-------------|
| 4. q | Pr. aux. |
| 5. $p \wedge q$ | $I_{1,2,4}$ |
| 6. $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ | $I_{V,5}$ |

7. $q \rightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad I \rightarrow (4,6)$

- | | |
|-----------------|-------------|
| 8. r | Pr. aux. |
| 9. $p \wedge r$ | $I_{1,2,8}$ |

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

1. $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ Pr.

Comc.
 $p \wedge (q \vee r)$

2. $p \wedge q$	Pr. aux.
3. p	$E_{1,2}$
4. q	$E_{1,2}$
5. $q \vee r$	$I_{V,4}$
6. $p \wedge (q \vee r)$	$I_{\wedge,3,5}$

7. $p \wedge q \rightarrow p \wedge (q \vee r)$ $I \rightarrow (2-6)$

8. $p \wedge r$	Pr. aux.
9. p	$E_{1,8}$
10. r	$E_{1,8}$
11. $q \vee r$	$I_{V,10}$
12. $p \wedge (q \vee r)$	$I_{\wedge,9,11}$

13. $p \wedge r \rightarrow p \wedge (q \vee r)$ $I \rightarrow (8-12)$

14. $p \wedge (q \vee r)$ $E_{V,1,7,13}$

1. $p \rightarrow q \vee r$ Pr
2. $\neg(r \wedge p)$ Pr
3. $\neg p \rightarrow s$ Pr
4. $\neg s \vee q$ Pr.

Comc: q

5. $\neg q$	Pr. aux.
6. $\neg s$	$T_{2,9,5,4}$
7. p	$T_{2,8,6,3}$
8. $\neg r \vee \neg p$	$T_{8,2}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

15. $\neg q \rightarrow q \wedge r$ $I \rightarrow (5-12)$

$E_{7,13}$

$T_{7,11}$